Universidade de São Paulo

Instituto de Física de São Carlos

Programa de Pós-graduação

Exame de Ingresso

Física Computacional

Segundo Semestre de 2025

LIVRO DE PROVAS

Código do(a) Candidato(a):

QUESTÕES DA ÁREA DE FÍSICA
(Múltipla Escolha)

Instruções: As questões de Física são todas de múltipla escolha. Nessas questões você deve assinalar a resposta que considerar correta neste próprio livro de provas, marcando com um "X" o quadrado correspondente. Use caneta preta ou azul. Nas questões de múltipla escolha não utilize o livro de provas para fazer o desenvolvimento das questões ou para rascunho. Você poderá fazer o desenvolvimento das questões e rascunho na folha de anotações fornecida separadamente. **As respostas que serão consideradas para correção são aquelas assinaladas no livro de provas.**

Questão 1:

Um átomo de massa m = 4u (onde u é a unidade de massa atômica) move-se em uma dimensão x, na região de x positivo, sob a ação de um potencial de interação. A energia potencial deste sistema é dada por:

$$U(x) = A\left(\frac{a^3}{x^3} - \frac{a}{x}\right)$$

O átomo é solto, em repouso, na posição $x = 1\,nm$.
[Use: A= 20u $(nm/s)^2$, a = 1 nm, onde u é a unidade de massa atômica e nm = 10^{-9} m.]

Marque com um “X” o quadrado correspondente a alternativa correta.

☐ O potencial tem um ponto de equilíbrio estável em $x = 1\,nm$. O módulo da velocidade do átomo no ponto x = 2a é $v(2a) = \frac{\sqrt{7}}{2} nm/s$

☐ O potencial tem um ponto de equilíbrio estável em $x = \sqrt{3}\,nm$. O módulo da velocidade do átomo no ponto x = 2a é $v(2a) = 3{,}5\,nm/s$

☐ O potencial tem um ponto de equilíbrio instável em $x = \sqrt{3}\,nm$. O módulo da velocidade do átomo no ponto x = 2a é $v(2a) = \sqrt{3}\,nm/s$

☒ O potencial tem um ponto de equilíbrio estável em $x = \sqrt{3}\,nm$. O módulo da velocidade do átomo no ponto x = 2a é $v(2a) = \frac{\sqrt{15}}{2}\,nm/s$

☐ O potencial tem um ponto de equilíbrio instável em $x = 1\,nm$. O módulo da velocidade do átomo no ponto x = 2a é $v(2a) = \frac{\sqrt{5}}{4}\,nm/s$

O potencial é conservativo pois o problema é em uma dimensão e U(x) depende somente da posição. A energia total se conserva, portanto, e temos U(x = 1 nm) = 0 u $(nm/s)^2$. A condição para os extremos, dU/dx = 0, dá que há um ponto crítico em x = $+\sqrt{3}$ nm, e pela segunda derivada, positiva, concluímos que é um ponto de equilíbrio estável. Para encontrar |v(2a)| fazemos:

E_c = (1/2) mv^2 = U(1 nm) - U(2a) = (3/8) A, de onde tiramos que v^2 = (3/4) A/m = (3/4) (20/4) $(nm/s)^2$ = (3/4)5 $(nm/s)^2$ = 15/4 $(nm/s)^2$.

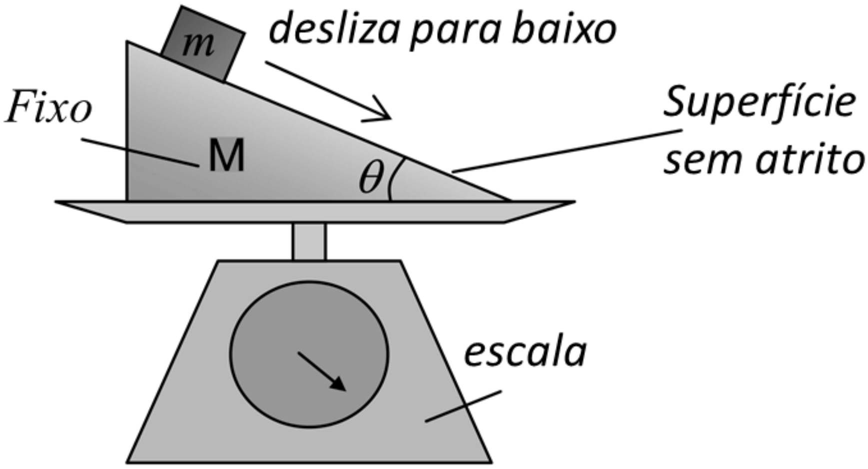
Assim,

$$v = \frac{\sqrt{15}}{2}\ nm/s$$

Questão 2:

Um bloco de massa m = 1 kg desliza sem atrito sobre uma cunha de massa M = 2 kg que está fixa sobre uma balança (como representado de maneira esquemática na figura). O ângulo da figura é tal que $tg\theta = 3/4$. [Se necessário, use $g = 10m/s^2$.]

Enquanto o bloco desliza sobre a cunha, quanto marca a balança?



Marque com um “X” o quadrado correspondente a alternativa correta.

☐ (14/5) kg

☐ (13/5) kg

☐ (59/25) kg

☐ (41/25) kg

☒ (66/25) kg

O bloco de massa m = 1kg, ao deslizar, faz uma força normal à superfície inclinada da cunha que vale:

$N = m\ g\ \cos(\theta)$.

Sabemos $\cos(\theta) = 4/5$, pois a cunha tem o formato de um triângulo retângulo 3-4-5.

A cunha sente, portanto, uma força vertical e para baixo dada por:

$N_v = m\ g\ \cos^2(\theta)$.

Assim, a força normal total sobre a balança será:

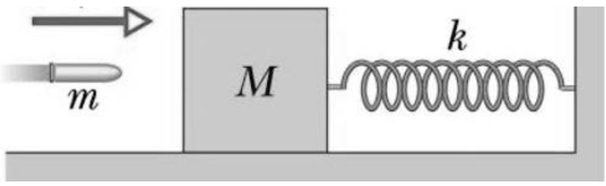
$g\ [M + m\ \cos^2(\theta)]$,

e a balança irá marcar

$M + m\ \cos^2(\theta) = 2\text{kg} + (1\text{kg} * 16/25) = (66/25)\ \text{kg}$.

Questão 3:

Um bloco de massa M=3,990 kg, inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito está preso a um suporte rígido por uma mola de constante elástica k = 3600 N/m. Uma bala de massa m = 10 g e velocidade v de magnitude 600 m/s, conforme mostrado na figura a seguir, atinge o bloco e fica presa ao mesmo. Supondo que a compressão da mola seja nula até que a bala esteja completamente imersa no bloco, a velocidade do sistema bloco + bala (v_s) imediatamente após a colisão e a amplitude A do movimento harmônico simples resultante são, respectivamente:



Marque com um “X” o quadrado correspondente a alternativa correta.

X v_s = 1,5 m/s e A = 5 cm

☐ v_s = 1,5 m/s e A = 10 cm

☐ v_s = 3 m/s e A = 5 cm

☐ v_s = 3 m/s e A = 10 cm

☐ Nenhuma das alternativas anteriores

A conservação de momento linear na colisão da bala com o bloco implica que a velocidade v_S do sistema bala + bloco imediatamente após a colisão é

$$mv = (M + m)v_S$$

Ou seja,

$$v_S = \frac{mv}{(M + m)}.$$

Após a colisão, a energia mecânica do sistema se conserva. A amplitude do movimento harmônico é determinada usando o ponto em que a energia mecânica total está armazenada completamente como energia potencial elástica,

$$E = \frac{(M + m)}{2}\frac{m^2}{(M + m)^2}v^2 = \frac{1}{2}kA^2.$$

Isolando a dependência com A,

$$A = \frac{mv}{\sqrt{k(M + M)}}.$$

Com os números dados no enunciado, encontramos: v_s=1,5 m/s e A=5 cm.

Questão 4:

Um motor mecânico faz com que um fio muito longo vibre para cima e para baixo produzindo ondas que se propagam. Na extremidade final do fio, as ondas viajantes são absorvidas, de modo que não há processo de reflexão. A velocidade da onda gerada é de 240 m/s, o deslocamento transversal máximo do fio é de 1 cm e a distância entre máximos consecutivos é de 3,0 m. Considerando y(x = 0, t = 0) =0, a função de onda (em unidades do sistema internacional) que representa a onda que se propaga ao longo deste fio e a velocidade transversal máxima v_m de um ponto no fio são, respectivamente:

Marque com um "X" o quadrado correspondente a alternativa correta.

☐ $y(x,t) = 0{,}02\, sen(2\pi x/3 - 160\pi\, t)$ e $v_m = 1{,}6\,\pi\, m/s$

☐ $y(x,t) = 0{,}01\, sen(2\pi x/3 - 80\pi\, t)$ e $v_m = 3{,}2\,\pi\, m/s$

X $y(x,t) = 0{,}01\, sen(2\pi x/3 - 160\pi\, t)$ e $v_m = 1{,}6\,\pi\, m/s$

☐ $y(x,t) = 0{,}01\, sen(2\pi x/3 - 160\pi\, t)$ e $v_m = 3{,}2\,\pi\, m/s$

☐ Nenhuma das alternativas anteriores

Queremos escrever $y(x,t) = A\, sen(kx - \omega t + \varphi)$. Pelo enunciado, $\varphi = 0$ e a amplitude é $A = 0{,}01\, m$. Para determinar k, usamos que $k = 2\pi/\lambda = (2\pi/3)\, m^{-1}$ enquanto $v = \lambda f$, o que leva a $f = 80\, Hz$. Disso, $\omega = 160\pi\, rad/s$. Combinando essas informações, chegamos a:

$$y(x,t) = 0{,}01\, sen(2\pi x/3 - 160\pi\, t).$$

A velocidade transversal máxima v_m é determinada do máximo da derivada de $y(x,t)$ em relação ao tempo, o que corresponde a $v_m = A\omega = 1{,}6\pi\, m/s$.

Questão 5:

Um pedaço de cobre com 300 g é aquecido em um forno a uma temperatura T. O cobre é então inserido em um calorímetro de cobre com 150 g de massa contendo 220 g de água. A temperatura inicial da água e do calorímetro é de 20 ^{o}C e a temperatura após o equilíbrio é de 100 ^{o}C. O peso final do calorímetro e seu conteúdo indicaram que 5 g de água se perdeu devido a evaporação. Qual a temperatura T? Considere: Calor específicos: água=1,0 cal/g.K, cobre=0,09 cal/g.K. Calor latente de vaporização: água=540 cal/g.

Marque com um “X” o quadrado correspondente a alternativa correta.

X 892 ^{o}C.

☐ 877 ^{o}C

☐ 692 ^{o}C

☐ 677 ^{o}C

☐ Nenhuma das alternativas anteriores.

$Q_{calorimeter} = m_{cupper}\ c_{cupper}(T_f - T_i) + m_{water}\ c_{water}(T_f - T_i) + m_{water\ vapor}\ Q_{water\ vapor}$

$Q_{calorimeter} = 150 * 0.09 * (100 - 20) + 220 * 1 * (100 - 20) + 5 * 540$

$Q_{calorimeter} = 1080 + 17600 + 2700 = 21380$ cal

$Q_{Hot\ cupper} = m_{Hot\ cupper} * c_{cupper} * (T - T_f)$

$Q_{Hot\ cupper} = 300 * 0.09 * (T - 100) = 27 * (T - 100) = 27\ T - 2700$

Equating the two equations:

$27\ T - 2700 = 21380$

$27\ T = 21380 + 2700 = 24080$

$T = 892\ ^oC$

QUESTÕES DAS ÁREAS DE COMPUTAÇÃO
(Dissertativas)

Instruções: As questões específicas de Computação são todas dissertativas. Nelas você deve apresentar todo o desenvolvimento da questão neste próprio livro de provas (no espaço reservado logo abaixo de cada questão). Use caneta azul ou preta. Você poderá fazer anotações e cálculos na folha de anotações fornecida separadamente, mas **as respostas consideradas para a correção serão aquelas apresentadas no espaço reservado no livro de provas.**

Questão 1:

Escreva uma função denominada `translate` que recebe três cadeias de caracteres como parâmetros, denominadas `text`, `schar` e `dchar`. As cadeias `schar` e `dchar` são interpretadas como listas caracteres. A função deve alterar os caracteres de `text` da seguinte forma: se um caractere aparece em `schar`, então ele é substituido pela correspondente entrada em `dchar`. Se ele não aparece em `schar` ele não é alterado. Caso `schar` e `dchar` não sejam do mesmo tamanho, os caracteres adicionais na maior delas são simplesmente ignorados.

Por exemplo, uma chamada com "`abobora`" para `text`, `schar` valendo "`aeo`" e `dchar` valendo "`oiua`" resulta em "`obuburo`" (os `a` foram substituídos por `o`, os `o` por `u`; os `b` e `r` ficaram inalterados; o `a` de `dchar` foi ignorado).

Use C, C++, Fortran ou Java na sua resposta.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 1 (página 1):

```
char *translate(const char *text, const char *schar, const char *dchar) {
  size_t nt = strlen(text);
  char *newtext = (char *)malloc(nt + 1);
  size_t ns = strlen(schar);
  size_t nd = strlen(dchar);
  size_t n = ns < nd ? ns : nd;
  for (size_t i = 0; i < nt; ++i) {
    newtext[i] = text[i];
    for (size_t j = 0; j < n; ++j) {
      if (text[i] == schar[j]) {
        newtext[i] = dchar[j];
      }
    }
  }
  newtext[nt] = '\0';
  return newtext;
}
```

Questão 2:

Um número triangular é um número da forma:

$T(n) = n\,(n+1)/2,$

com $n \geq 1$ *inteiro*. Da mesma forma os números pentagonais $P(n)$ e hexagonais $H(n)$ são definidos por:

$P(n) = n\,(3n-1)/2\,,$
$H(n) = n(2n-1),$

sempre com $n \geq 1$ *inteiro*.

Note que $T(1) = P(1) = H(1) = 1$, e portanto 1 é um número simultaneamente triangular, pentagonal e hexagonal.

Escreva um código para encontrar um número maior do que 1 que também seja triangular, pentagonal e hexagonal, isto é, encontre N tal que

$N = T(a) = P(b) = H(c)$, para algum conjunto de valores de a, b e c

O programa deve imprimir N e os valores de a, b e c.

Use C, C++, Fortran ou Java na sua resposta.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 2 (página 1):

```
#include <stdio.h>
#include <stdbool.h>

int main()
{
  int a = 1, b = 2, c = 1;
  int ta, pb, hc;

  while (true) {
    ta = a * (a + 1) / 2;
    pb = b * (3 * b - 1) / 2;
    hc = c * (2 * c - 1);
    if (ta == pb && ta == hc) break;
    if (ta <= pb && ta <= hc) ++a;
    else if (pb <= ta && pb <= hc) ++b;
    else if (hc <= ta && hc <= pb) ++c;
  }
```

```
  printf("T(%d) = P(%d) = H(%d) = %d\n", a, b, c, ta);

  return 0;
}
```

Questão 3:

Dado um conjunto de três valores experimentais de uma função:

$y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3)$.

a) Para uma interpolação polinomial, qual será o maior grau do polinômio que faz sentido usar?

b) Descreva um processo de construção desse polinômio de interpolação.

c) Realize esse procedimento para o caso dos seguintes três pares de valores: $x_1 = 1, y_1 = 10, x_2 = 3, y_2 = 36, x_3 = 4, y_3 = 55$.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 3 (página 1):

a) O maior grau que pode ser usado é 2, pois dispomos de 3 pontos e portanto podemos fixar os coeficientes das ordens 0 a 2.

b) Uma forma de construir esse polinômio é pela fórmula de Lagrange:
$P(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3$
Outros métodos, como o algoritmo de Neville, são também possíveis.

c) O polinômio resultante é $2x^2 + 5x + 3$.

Questão 4:

Considere uma árvore AVL inicialmente vazia. A partir da seguinte sequência de inserções:

30, 20, 40, 10, 25, 35, 50, 5, 27, 28, 3

Realize as operações abaixo:

a) Insira os elementos na ordem apresentada, garantindo que a árvore se mantenha balanceada a cada inserção. Para cada inserção que causar desequilíbrio, descreva detalhadamente qual rotação (simples ou dupla) foi aplicada para restabelecer o balanceamento. Após todas as inserções, desenhe a árvore AVL resultante, indicando o fator de balanceamento (FB) de cada nó.

b) Remova o nó com o valor 20 da árvore construída. Explique, passo a passo, como a remoção afeta o balanceamento e quais rotações são necessárias para manter as propriedades da árvore AVL. Apresente o desenho da árvore após a remoção e os ajustes de balanceamento, indicando o novo fator de balanceamento de cada nó.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 4 (página 1):

a)

```
          30
       /      \
     20        40
   /   \     /  \
  5    27    35  50
 / \  /  \
3  10 25  28
```

b)

```
          30
      /       \
     25         40
   /   \       /  \
  5    27      35   50
 / \     \
3  10     28
```

Questão 5:

Considere o seguinte grafo sem direção:

Vértices:

V = {A, B, C, D, E, F, G, H}

Arestas com pesos:

E = {
(A, B, 2), (A, C, 4), (B, C, 1), (B, D, 7),
(C, E, 3), (D, F, 1), (E, D, 2), (E, F, 5),
(E, G, 1), (F, H, 3),(G, H, 2)
}

Utilizando o algoritmo de Dijkstra, determine o caminho mínimo do vértice A até o vértice H. Em sua resposta, apresente os passos do algoritmo, indicando os nós visitados e a atualização dos custos mínimos. Apresente o caminho final encontrado e o custo total do caminho.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 5 (página 1):

Caminho mínimo:

A → B → C → E → G → H

Custo total:

2 (A→B) + 1 (B→C) + 3 (C→E) + 1 (E→G) + 2 (G→H) = 9