Universidade de São Paulo

Instituto de Física de São Carlos

Programa de Pós-graduação

Exame de Ingresso

Física Computacional

Primeiro Semestre de 2025

LIVRO DE PROVAS

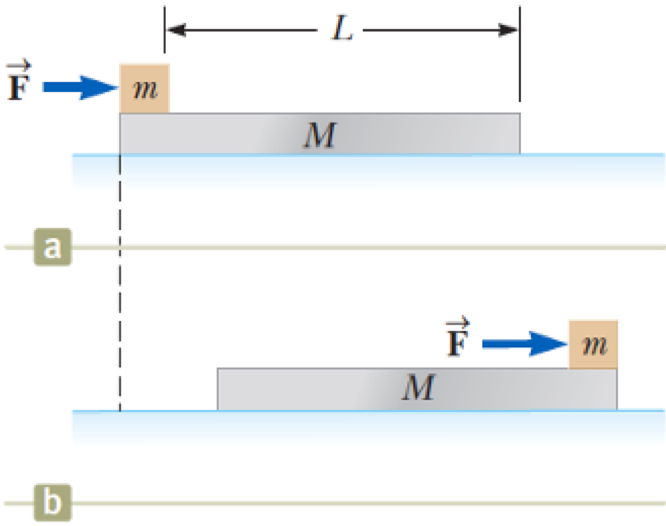
Código do(a) Candidato(a):

QUESTÕES DA ÁREA DE FÍSICA
(Múltipla Escolha)

Instruções: As questões de Física são todas de múltipla escolha. Nessas questões você deve assinalar a resposta que considerar correta neste próprio livro de provas, marcando com um "X" o quadrado correspondente. Use caneta preta ou azul. Nas questões de múltipla escolha não utilize o livro de provas para fazer o desenvolvimento das questões ou para rascunho. Você poderá fazer o desenvolvimento das questões e rascunho no caderno de anotações fornecido. **As respostas que serão consideradas para correção são aquelas assinaladas no livro de provas.**

Questão 1:

Um bloco de massa m está em repouso na extremidade do lado esquerdo de um bloco de massa M, também em repouso, como mostrado na figura abaixo. A distância entre as extremidades dos blocos vale L, como indicado na figura. O coeficiente de atrito cinético entre os dois blocos é de $\mu=1/2$, e a superfície na qual o bloco de massa M repousa não tem atrito. Uma força horizontal constante é aplicada ao bloco de massa m, colocando-o em movimento como apresentado na figura. Sabendo que F= 2mg e m=M/3 (onde g é a aceleração da gravidade local), quando o bloco de massa m chegar à extremidade do bloco de massa M (situação b da figura), a extremidade do bloco de massa M terá se afastado da sua posição inicial por uma distância D dada por:



Marque com um "X" o quadrado correspondente a alternativa correta.

☐ D = L/22

☒ D = L/8

☐ D = L/26

☐ D = L/4

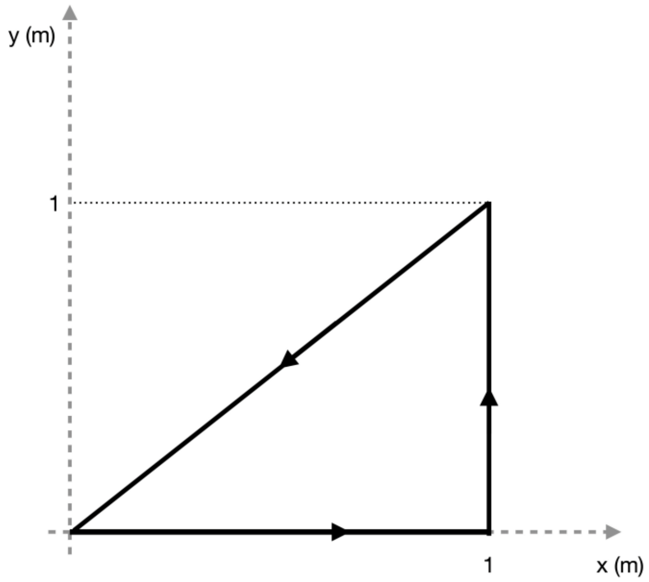
☐ D = L/3

O bloco de massa *m* tem uma aceleração que vale $a_m = (F - Fat)/m = (F - \mu\ m\ g)/m$. A aceleração do bloco de massa *M* é $a_M=(m/M)\mu g$. Ambos têm por equação de movimento $x(t) = (1/2)\ a\ t^2$, com suas acelerações respectivas. Assim, o bloco de massa m leva um tempo $(t_f)^2 = 2L/(a_m-a_M)$ para chegar à extremidade do bloco de massa *M*. Neste tempo, o bloco de massa *M* percorrerá uma distância que vale, utilizando os dados do problema,

$x(t_f) = (1/2)\ (m/M)\mu g\ 2L/(a_m-a_M) = L/8.$

Questão 2:

Uma partícula se move percorrendo o circuito fechado no plano xy representado na figura, iniciando seu movimento na origem e fazendo uma volta completa ao longo do caminho, sob a ação de uma força $\mathbf{F_1} = C\,(y^2\,\boldsymbol{i} - 2xy\,\boldsymbol{j})$, com C=10J/m^2. Outra partícula faz o mesmo sob ação de outra força $\mathbf{F_2} = C\,(y^2\,\boldsymbol{i} + 2xy\,\boldsymbol{j})$. Estamos interessados nos trabalhos W1 e W2, realizados pelas forças $\mathbf{F_1}$ e $\mathbf{F_2}$, respectivamente, no trajeto fechado da figura, e no que é possível concluir com base apenas nos resultados obtidos para W1 e W2.



Marque com um "X" o quadrado correspondente a alternativa correta.

☐ W1 = 0J, W2=0J. As duas forças podem ser conservativas.

☐ W1 = 0J, W2 = -10/3J. A força $\mathbf{F_1}$ é conservativa.

☒ W1= -20/3 J, W2=0J. A força $\mathbf{F_2}$ pode ser conservativa.

☐ W1= -20/3 J, W2=0J. A força $\mathbf{F_2}$ é uma força conservativa.

☐ W1= -20/3 J, W2=+10J. Nenhuma das forças é conservativa.

Vamos separar o cálculo em 3 trechos. O primeiro vai da origem ao ponto $(x, y) = (1, 0)$, o segundo de $(1, 0)$ até $(1, 1)$ e o terceiro de $(1, 1)$ até a origem, sempre pelo caminho indicado na figura. Denotamos o trabalho da força i no trecho j por $W_{F_i}^{(j)}$. Lembramos que $\vec{F}_1 = C(y^2\hat{\imath} - 2xy\hat{\jmath})$ e $\vec{F}_2 = C(y^2\hat{\imath} + 2xy\hat{\jmath})$, com $C = 10\mathrm{J/m}^2$.

Assim, no trecho 1, vemos que as duas forças são zero (pois $y = 0$) e

$$W_{F_1}^{(1)} = W_{F_2}^{(1)} = 0\mathrm{J}.$$

No trecho 2, temos $x = 1$ e $d\vec{\ell}_2 = dy\hat{\jmath}$ e para os trabalhos

$$W_{F_1}^{(2)} = \int \vec{F}_1 \cdot d\vec{\ell}_2 = C\int_0^1 (-2ydy) = -10\mathrm{J},$$

e para a força 2 temos

$$W_{F_2}^{(2)} = \int \vec{F}_2 \cdot d\vec{\ell}_2 = C\int_0^1 (+2ydy) = +10\mathrm{J}.$$

No trecho 3, temos $y = x$ e $dx = dy$. Assim,

$$\begin{aligned} W_{F_1}^{(3)} &= C\int_1^0 dx\, x^2 - C\int_1^0 dx\, 2x^2 = +\frac{10}{3}\mathrm{J}, \\ W_{F_2}^{(3)} &= C\int_1^0 dx\, x^2 + C\int_1^0 dx\, 2x^2 = -10\mathrm{J}. \end{aligned}$$

Para os trabalhos totais temos

$$\begin{aligned} W_{F_1} &= \sum_{j=1}^{3} W_{F_1}^{(j)} = -10\mathrm{J} + \frac{10}{3}\mathrm{J} = -\frac{20}{3}\mathrm{J}, \\ W_{F_2} &= \sum_{j=1}^{3} W_{F_2}^{(j)} = 0\mathrm{J}. \end{aligned}$$

É possível concluir que a força $\vec{F}_1$ não é conservativa e que a força $\vec{F}_2$ pode ser conservativa (não sabemos ao certo com base apenas no cálculo do trabalho em um circuito fechado específico).

Questão 3:

Um objeto oscila com frequência angular ω= 5,0 rad/s. Em t = 0 s, o objeto está em x = 10,0 cm com uma velocidade inicial v_x = - 50 cm/s. Encontre a constante de fase do movimento e x como função do tempo.

Marque com um "X" o quadrado correspondente a alternativa correta.

☐ π/8 rad; x = (5,0 cm) cos[(10,0 s^{-1})t + π/2]

☐ π/8 rad; x = (20,0 cm) [sen(5,0 s^{-1} t + π/4)]

X π/4 rad; x = (10,0 cm) [cos(5,0 s^{-1} t) - sen(5,0 s^{-1} t)]

☐ π/4 rad; x = (4,0 cm) [cos(5,0 s^{-1} t) + sen(5,0 s^{-1} t)]

☐ Nenhuma das alternativas anteriores

A posição e velocidade iniciais estão relacionadas com a amplitude e constante de fase.

x = A cos(ωt + δ) e v_x = - ωA sen(ωt + δ)

Então,

x_0 = A cos(δ)

e

v_{0x} = - ωA sen(δ).

Logo,

v_{0x} /x_0 = - ωA sen(δ) / A cos(δ) = - ωtan(δ).

Portanto,

tan(δ) = - v_{0x} /ωx_0

δ = $\tan^{-1}$(- v_{0x} /ωx_0) = $\tan^{-1}$(- (-50 cm/s) / (5,0 rad/s) (10,0 cm)) = π / 4 rad

A = x_0 / cos(δ) = 10,0 cm / cos(π / 4) = 20,0 / $\sqrt{2}$ cm

x = (20,0 / $\sqrt{2}$ cm) cos[(5,0 s^{-1}) t + π / 4] = 10,0 [cos(5,0 s^{-1} t) - sen(5,0 s^{-1} t)]

Questão 4:

Considere a função de onda harmônica numa corda:

$Y(x,t) = (0{,}25\ m)\ sen[(2{,}0\ m^{-1})\ x - (8{,}0\ s^{-1})\ t]$

Qual é o comprimento de onda, a frequência e a velocidade máxima de qualquer ponto na corda?

Marque com um "X" o quadrado correspondente a alternativa correta.

☐ 3π /4 m; 1/π s; 1,0 m/s

X π m; 4/π s; 2,0 m/s

☐ 2,0 m; 1,5 s; 3,0 m/s

☐ 4,0 m; 2,0 s; 0,5π m/s

☐ Nenhuma das alternativas anteriores

A onde viaja na direção + *x*.

$\lambda = 2\ \pi / k = 2\ \pi / 2{,}0\ m^{-1} = \pi\ m$

$T = 2\ \pi / \omega = 2\ \pi / 8{,}0\ s^{-1} = \pi/4\ s$

$f = 1 / T = 4 / \pi\ s$

A = 0,25 m = ¼ m

$v_y = (0{,}25\ m)\ (-\ 8{,}0\ s^{-1})\ \cos[(2{,}0\ m^{-1})\ x - (8{,}0\ s^{-1})\ t] = -\ (2{,}0\ m/s)\ \cos[(2{,}0\ m^{-1})\ x - (8{,}0\ s^{-1})\ t]$

$v_{y,max} = 2{,}0\ m / s$

Questão 5:

Suponha que você não tenha nenhuma fonte de calor e queira esquentar uma jarra de água (500 ml) numa temperatura inicial de 15 ^{o}C para fazer um café. Você pode esquentar a água agitando a dentro de um frasco térmico. Considere que a cada agitação a água cai de uma altura de 30 cm e toda a energia mecânica é convertida em calor. Se você for capaz de fazer 30 agitações por minuto, negligenciando qualquer perda de energia térmica no frasco, quanto tempo você deverá agitar antes da água ferver.
Marque com um "X" o quadrado correspondente a alternativa correta.

☒ 2,7 dias.

☐ 4,6 horas

☐ 39,5 horas

☐ 3,2 dias

☐ Nenhuma das alternativas anteriores.

Cada agitada do frasco fornece: $E = mgh$ = 0,5 kg*10 m/s^2*0,3 m=1,5 J

A cada minuto são 30 agitações: E=30*1,5 J = 45 J/min

Para quase ferver 500 ml de água: $Q = mc(T_{final} - T_{inicial}) = mc\Delta T$

Q(cal)=500g*1 cal/g*(100-15)=500*1*85 = ~42500 cal

E(J)=42500 cal*4,18 J=~177650 J

Portanto, o tempo que é necessário agitar o fasco é: 177650/45 = ~3948 min

3948 min = ~65,8 h = ~2,7 dias

QUESTÕES DAS ÁREAS DE COMPUTAÇÃO
(Dissertativas)

Instruções: As questões específicas de Computação são todas dissertativas. Nelas você deve apresentar todo o desenvolvimento da questão neste próprio livro de provas (no espaço reservado logo abaixo de cada questão). Use caneta azul ou preta. Você poderá fazer anotações e cálculos no caderno de anotações fornecido, mas **as respostas consideradas para a correção serão aquelas apresentadas no espaço reservado no livro de provas.**

Questão 1:

A sequência de Collatz de um número inteiro positivo *n* é determinada pela seguinte iteração:

$c_0 = n,$

$c_i = \frac{c_{i-1}}{2}$, para $i \geq 1$ se c_{i-1} é par,

$c_i = 3c_{i-1} + 1$, para $i \geq 1$ se c_{i-1} é ímpar.

que é repetida até atingir um valor $c_i = 1$, quando a sequência termina.

Por exemplo, a sequência de Collatz de 13 é

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Escreva um programa que peça ao usuário um inteiro positivo, verique que o valor fornecido é válido e imprima a sequência de Collatz desse número, incluindo o número inicial e o 1 final.

Use C, C++, Fortran ou Java na sua resposta.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 1 (página 1):

Após a leitura e verificação do valor inicial, basta implementar uma repetição que calcula a iteração acima e vai imprimindo os resultados, tomando cuidado para imprimir também o valor inicial e o final, conforme solicitado. Exemplo em C:

```
#include <stdio.h>
int main(void) {
  int n;
  printf("Give the initial value: ");
  int read = scanf(" %d", &n);
  if (read != 1) {
    fprintf(stderr, "Invalid entry for an integer.\n");
    return 1;
  }
  if (n < 1) {
```

```
    fprintf(stderr, "%d is not a positive number\n", n);
    return 2;
  }
  while (n != 1) {
    printf("%d\n", n);
    if (n % 2 == 0)
      n /= 2;
    eles
      n = 3 * n + 1;
  }
  printf("%d\n", n);
  return 0;
}
```

Questão 2:

Os divisores próprio de um número inteiro positivo são todos os números inteiros positivos menores do que ele que o dividem exatamente. Por exemplo, os divisores próprios de 12 são 1, 2, 3, 4 e 6; os divisores próprios de 15 são 1, 3 e 5.

Escreva uma função que receba dois inteiros positivos a e b e encontre o produto de todos os inteiros que são divisores próprios tanto de a quanto de b. Por exemplo, se a = 12 e b = 15, a função deve retornar 3, que é o produto de 1 e 3 (divisores próprios comuns entre 12 e 15).

Use C, C++, Fortran ou Java na sua resposta.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 2 (página 1):

Basta percorrer todos os inteiros menores que o menor valor entre a e b e verificar se eles são divisores tanto de a quanto de b, fazendo o produto dos que sejam.

Veja exemplo em C abaixo

```
int common_proper_divisors_product(int a, int b) {
  int m = a < b ? a : b;
  int prod = 1;
  for (size_t i = 2; i < m; ++i) {
    if (a % i == 0 && b % i == 0) prod *= i;
  }
  return prod;
}
```

Espaço Reservado para a resposta da Questão 2 (página 2):

Questão 3:

Escreva a expressão da função exponencial complexa contínua em função do tempo t para frequência f = 10Hz, fase zero e amplitude 1. Escreva também as expressões de suas partes real e imaginária. Qual a relação entre esta função e a transformada de Fourier contínua?

Espaço Reservado para a resposta da Questão 3 (página 1):

$$g(t) = exp(i20\pi t)$$
$$\Re g(t) = cos(20\pi t)$$
$$\Im g(t) = sin(20\pi t)$$

Esta função é utilizada para definir a base da transformada de Fourier contínua.

Espaço Reservado para a resposta da Questão 3 (página 2):

Questão 4:

Dado o grafo definido pelo conjunto de vértices V e arestas com peso E abaixo:

V = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }

E ={ (0, 5, 343), (0, 8, 464), (0, 7, 1435), (1, 5, 879), (1, 6, 954), (1, 7, 811), (1, 9, 524), (2, 4, 1364), (2, 5, 1054), (3, 6, 433), (3, 9, 1053), (4, 5, 1106), (4, 9, 766), (6, 7, 837) }

Apresente sua árvore geradora mnima (MST).

Espaço Reservado para a resposta da Questão 4 (página 1):

V = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }

E = { (0, 5, 343), (3, 6, 433), (0, 8, 464), (1, 9, 524), (4, 9, 766),
(1, 7, 811), (6, 7, 837), (1, 5, 879), (2, 5, 1054) }

Espaço Reservado para a resposta da Questão 4 (página 2):

Questão 5:

Seja K uma árvore de busca binária, cujos elementos foram inseridos na seguinte sequência: 45, 30, 60, 20, 35, 50, 70, 15, 25, 40, 55, 65, 75.

Em que ordem são percorridos os nós de K usando as travessias em ordem (*in-order*), pré-ordem (*pre-order*) e pós-ordem (*post-order*).

Espaço Reservado para a resposta da Questão 5 (página 1):

Travessia em ordem: 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75

Travessia pré-ordem: 45 30 20 15 25 35 40 60 50 55 70 65 75

Travessia pós-ordem: 15 25 20 40 35 30 55 50 65 75 70 60 45

Espaço Reservado para a resposta da Questão 5 (página 2):