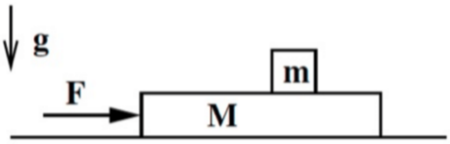
Questão 1:

Uma placa de massa M = 2,0 kg repousa sobre um piso horizontal sem atrito. Um bloco de massa m = 1,0 kg repousa sobre a placa. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a placa é μ_e = 0,5, enquanto o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a placa é μ_c = 0,30. Uma força horizontal **F** é aplicada à placa.



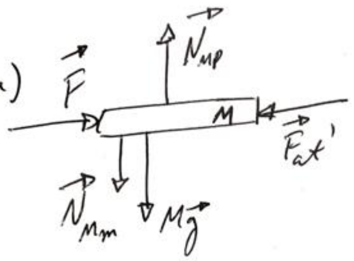
a) Desenhe e nomeie detalhadamente todas as forças que atuam em m e M.
b) Determine o valor máximo de **F** para que m e M tenham a mesma aceleração (isto é, para que m não deslize sobre M).

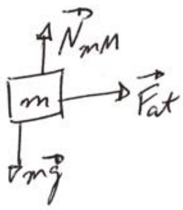
Escreva as equações de movimento, determine as acelerações dos blocos e o valor da força de atrito quando:

c) F = 12 N

1

Q1) a)





$$\begin{cases} F - F_{at} = M.A \\ F_{at} = m.a \end{cases} \qquad N_{mM} = mg$$

b) $A = a$ na iminência do deslizamento, temos $F_{at} = F_e = F_e^{máx} = \mu_e N_{mM} = \mu_e mg$

$\therefore \mu_e \cancel{m} g = \cancel{m} a \Rightarrow \boxed{a = \mu_e g}$

$F_{máx} = F_e^{máx} + Ma = \mu_e m g + M \mu_e g = (m+M)\mu_e g = (1+2).0{,}5 \times 10 = \boxed{15N}$

c) $F < F_{máx}$:

$$\begin{cases} A = a \\ F_{at} = F_e \neq \mu_e N! \end{cases}$$

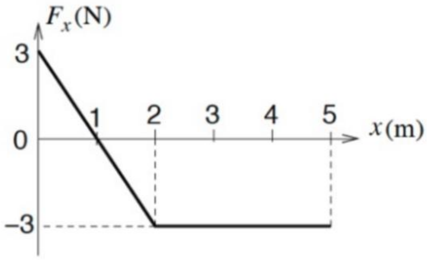
$(+)$: $F = (m+M).a$ $\qquad F_{at} = ma$

$a = \dfrac{F}{m+M} = \dfrac{12}{3} = 4 m/s^2$ $\qquad F_{at} = 1 \times 4 = \boxed{4N}$

Questão 2:

A única força que atua sobre um corpo de 3,0 *kg* quando ele se desloca ao longo de um eixo *x* varia como mostrado na figura. A velocidade do corpo em $x = 0$ é 4,0 *m/s*.

a) Qual é a energia cinética do corpo em $x = 3,0$ *m*?
b) Para que valor de *x* o corpo tem uma energia cinética de 15,0 *J*?
c) Qual é a energia cinética máxima do corpo entre $x = 0$ e $x = 5,0$ *m*?



Q2) a) $E_c(3m) - E_c(0m) = W_R = \int_0^3 F(x) \cdot dx =$

= área (geometricamente) sob a curva no gráfico de 0 → 3 m em x

∴ $E_c(3m) - E_c(0m) = \square^{1}_{-3} = -3\,J$

$E_c(0m) = \frac{m}{2} v_0^2 = \frac{3}{2} \cdot 4^2 = 24\,J$

logo $E_c(3m) - E_c(0m) = 24\,J - 3\,J = \boxed{21\,J}$

b) até 2m; $E_c(2m) = 24\,J$

a partir de $2m = x$; $F = cte = -3N$

∴ $W = F.\Delta x = E_c(x) - E_c(2m) = 15 - 24 = -9J$

logo $\Delta x = \frac{-9\,J}{-3N} = \boxed{3m}$ então $\boxed{x = 5m}$ ↳ 2 m + 3m

c) E_c = máx p/ $x = 1$ m (onde a força se anula!)

∴ $E_c^{máx} = \triangle_{0}^{3}{}_{1} + 24\,J = 1,5\,J + 24\,J = \boxed{25,5\,J}$

Questão 3:

Uma pessoa de 85 *kg*, ao entrar em um carro de massa de 2040 *kg*, faz com que ele afunde 2,5 *cm* em suas molas e inicie um movimento oscilatório vertical. Assumindo que não há amortecimento, qual a frequência de vibração das molas para o conjunto carro e passageiro? Use g = 10 m/s^2.

2

Q3)

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}}$$

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{mg}{\Delta x} \therefore f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mg}{M.\Delta x}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{85\,kg \cdot 10\,m/s^2}{2125\,kg \cdot 2,5\times10^{-2}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{16} = \frac{1}{2\pi}\cdot 4 = \boxed{\frac{2}{\pi}}\,Hz$$

ou 0,637 Hz

Questão 4:

Uma onda harmônica com frequência de 80 *Hz* e amplitude igual a 0,025 *m* viaja, em uma corda, na direção +*x*, com velocidade de 12 *m/s*.

a) Escreva uma função de onda adequada para esta onda;

b) Encontre a máxima velocidade de um ponto nessa corda;

c) Encontre a máxima aceleração de um ponto nessa corda.

Q4) a) $y(x,t) = A \, sen(kx - \omega t)$

$\omega = 2\pi f = 2\pi(80 \, s^{-1}) = 160\pi \simeq \underline{503 \, s^{-1}}$

$k = \dfrac{\omega}{v} = \dfrac{503 \, s^{-1}}{12 \, m/s} \cong \underline{42 \, m^{-1}}$

logo $\boxed{y(x,t) = (0{,}025 \, m) \, sen[(42 m^{-1})x - (5 \times 10^2 s^{-1})t]}$

b) $v_{máx} = A.\omega = (0{,}025 m).(503 s^{-1}) \cong \boxed{13 \, m/s}$

c) $a_{máx} = A.\omega^2 = (0{,}025 m).(503 s^{-1})^2 = \boxed{6{,}3 \, km/s^2}$

Questão 5:

Qual a quantidade calor que deve ser absorvida em 100,0 *g* de gelo inicialmente a −10,0 *ºC* de modo a transformá-lo em 100,0 *g* de água a 40,0 *ºC*? Utilize: calor específico da água ($c_{água}$) = 4 *kJ/kg.K*; calor específico do gelo (c_{gelo}) a −10 *ºC* = 2 *kJ/kg.K*; calor latente de fusão da água (L_f) = 334 *kJ/kg*.

Q5) Calor total: $Q = Q_{\text{AQUECIMENTO DO GELO}} + Q_{\text{DERRETER O GELO}} + Q_{\text{AQUECIMENTO DA ÁGUA}}$

$$\therefore Q = m \cdot c_{gelo} \cdot \Delta T_{gelo} + m \cdot L_f + m\, c_{água} \cdot \Delta T_{água}$$

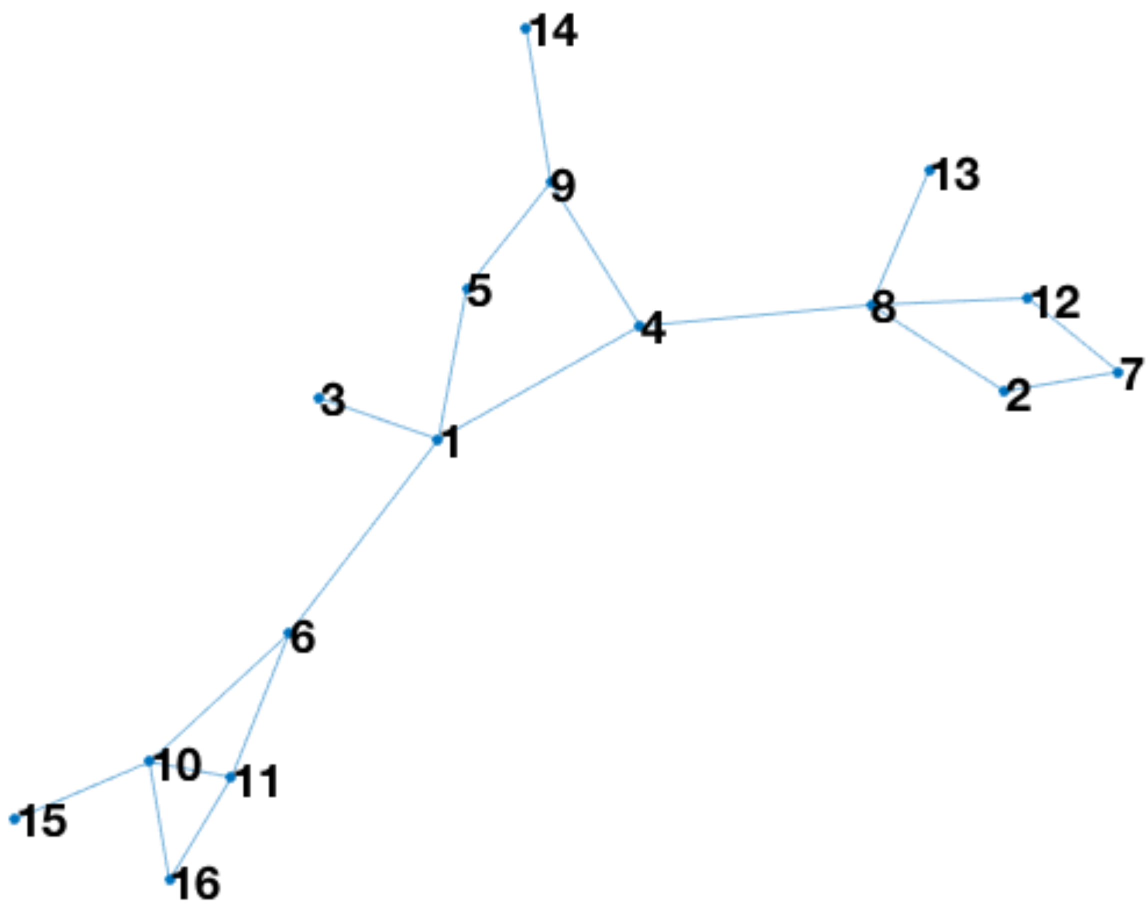
$$Q = m\left(c_{gelo}\,\Delta T_{gelo} + L_f + c_{água} \cdot \Delta T_{água}\right)$$

logo $Q = (0{,}1\ kg)\left[2\,\frac{kJ}{kg.K} \cdot (0°C - (-10°C)) + 334\,\frac{kJ}{kg} + \left(4\,\frac{kJ}{kg.K}\right)(40°C - 0°C)\right]$

$$\boxed{Q = 51{,}4\ kJ}$$

a) Estruturas de Dados:

Questão 1: Dado o grafo:



A partir do nó 1, (a) percorra o grafo por profundidade (DFS) e (b) por largura (BFS).

Questão 2: Transforme o vetor a em uma árvore AVL:
a = (73, 18, 3, 57, 24, 2, 19, 25, 37, 48, 23, 5, 1)

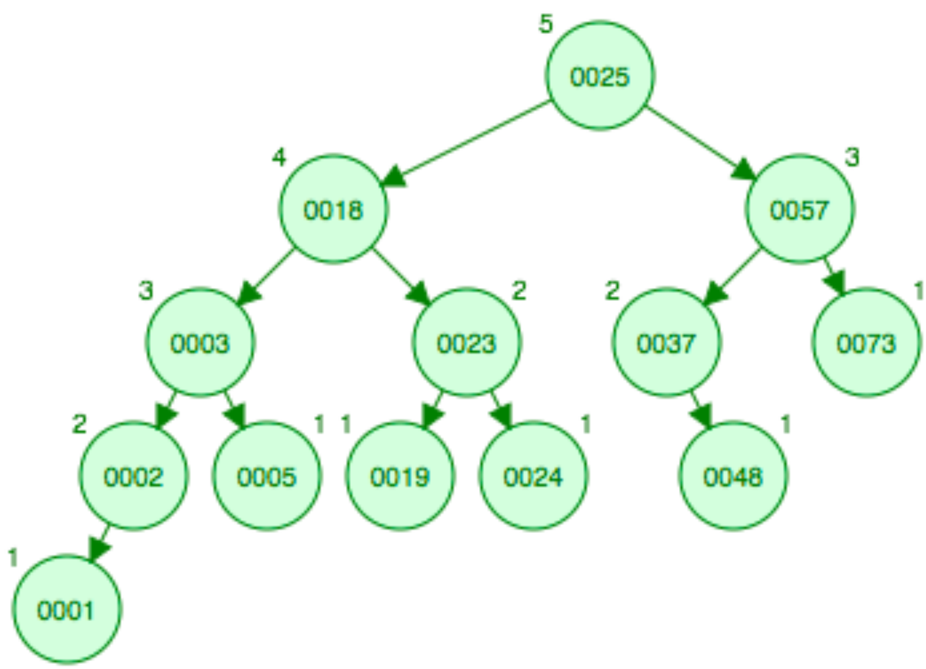
Gabaritos:

Questão 1: Obs: esta resposta refere-se apenas a uma das possíveis ordens BFS ou DFS.

a - 1 3 4 8 2 7 12 13 9 5 14 6 10 11 16 15

b - 1 3 4 5 6 8 9 10 11 2 12 13 14 15 16 7

Questão 2:



=======

b) Programação:

Questão 1:

Dados dois números naturais n e m, m é dito divisor de n se o resto da divisão de n por m é zero. Dizemos que m é divisor próprio de n se ele é divisor de n e diferente de n.

Um número natural n é dito perfeito se a soma de todos os seus divisores próprios for n. Por exemplo, 8 não é perfeito, pois seus divisores próprios são 1, 2 e 4, que somam 7; 6 é perfeito, pois seus divisores próprios são 1, 2 e 3, que somam 6.

Escreva um programa que mostre na saída padrão todos os números naturais perfeitos menores do que 10000.

Questão 2:

A conjetura de Goldbach diz que qualquer número par maior do que 2 pode ser expresso como a soma de dois números primos. Escreva um programa para verificar essa conjetura para todos os números pares maiores do que 2 e menores do que 100, mostrando para cada valor uma forma como ele pode ser expresso como a soma de dois primos.

==============================

Gabaritos (em C++)

OBSERVAÇÃO: Os gabaritos de programação são sempre exemplos de soluções. As soluções dos candidatos devem ser verificadas individualmente, independente destes exemplos.

Questão 1:

```
#include <iostream>

bool perfeito(int n) {
    int sum{0};
    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        if (n % i == 0) {
            sum += i;
        }
    }
    return sum == n;
}

int main(int, char *[])
{
    for (int i = 1; i < 10000; ++i) {
        if (perfeito(i)) {
            std::cout << i << std::endl;
        }
    }
```

```
}
```

Questão 2:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <tuple>
#include <numeric>
#include <algorithm>

std::vector<int> eratostenes(int n) {
    std::vector<int> candidatos(n);
    std::iota(begin(candidatos), end(candidatos), 0);
    candidatos[1] = 0;
    int i{0};
    while (i < n) {
        while (candidatos[i] == 0) ++i;
        for (int j = 2 * i; j < n; j += i)
            candidatos[j] = 0;
        ++i;
    }
    std::vector<int> primos;
              std::copy_if(begin(candidatos),    end(candidatos),
std::back_inserter(primos),
                 [] (int x) { return x != 0; });
    return primos;
}

std::tuple<int,  int>  decompoe(int  par,  std::vector<int>  const
&primos) {
    for (size_t i = 0; i < primos.size(); ++i) {
        if (primos[i] > par) break;
        for (size_t j = i; j < primos.size(); ++j)
            if (primos[i] + primos[j] == par)
                return {primos[i], primos[j]};
            else if (primos[i] + primos[j] > par) break;
    }
    return {0, 0}; // Nao deve passar aqui.
}

int main(int, char *[])
{
    int const n = 100;
    auto primos = eratostenes(n);
```

```
    for (int par = 4; par < n; par += 2) {
        auto [i, j] = decompoe(par, primos);
           std::cout << par << " = " << i << " + " << j <<
std::endl;
    }
}
```

===============

c) Métodos Numéricos:

Questão 1: Qual a ordem de complexidade da transformada de Fourier Rápida (FFT) base-2 ("radix-2") aplicada a um vetor com N pontos complexos? E em N pontos reais? Qual a ordem de complexidade da FFT base-8 ("radix-8") aplicada em N pontos complexos? E em N pontos reais?

Gabaritos:

Questão 1: O(N Log N) em todos os casos.