1) Um bloco desliza sem atrito através de um lago congelado em direção a um buraco no gelo. Você corre atrás do bloco de patins. Ao pegá-lo, você e o bloco estão se movendo em direção ao buraco com velocidade v_0. O coeficiente de atrito cinético entre os seus patins e o gelo à medida que as lâminas são travadas é μ_c. D é a distância entre o bloco e o buraco no instante em que você alcança o bloco, m_b é a massa do bloco e m_h é a sua massa. Qual é o menor valor de D tal que você pare o bloco antes que ele alcance o buraco no gelo?

Considerando as forças atuando sobre a pessoa na direção do movimento, temos:

$$F_{b\to h} - f_c = m_h a_x$$
$$F_{b\to h} - \mu_c m_h g = m_h a_x$$

Considerando as forças atuando sobre o bloco na direção do movimento, temos:

$$-F_{h\to b} = m_b a_x$$

Mas $F_{b\to h} = F_{h\to b}$. Assim:

$$-m_b a_x = \mu_c m_h g + m_h a_x$$

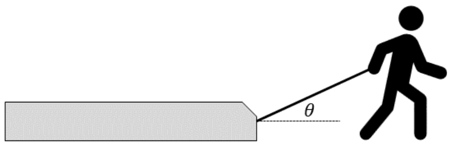
E, portanto:

$$a_x = -\frac{\mu_c m_h g}{m_h + m_b}$$

Usando esse valor de a_x, podemos determinar o deslocamento da seguinte maneira:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x D$$
$$D = \left(\frac{m_h + m_b}{m_h}\right)\frac{v_0^2}{2\mu_c g} = \left(1 + \frac{m_b}{m_h}\right)\frac{v_0^2}{2\mu_c g}$$

2) Um carrinho pesado de massa m é puxado por uma pessoa com uma força F formando um ângulo θ com a horizontal.



a) Qual o trabalho que essa pessoa faz ao mover o carrinho de uma distância x.

O trabalho realizado por essa pessoa é dado por:

$$W = F_x \Delta x = F cos(\theta) x$$

b) Encontre a velocidade final do carrinho depois que ele se move uma distância x assumindo que ele começa do repouso e não há atrito.

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$
$$v_f^2 = \frac{2W}{m} + v_i^2$$

O objeto parte do repouso e, portanto, $v_i = 0$. Usando o resultado do item a, temos:

$$v_f = \sqrt{\frac{2F cos(\theta) x}{m}}$$

3) Um cara salta de uma plataforma acima de um rio. Depois de ter caído livremente por uma distância L_1, a corda elástica presa aos tornozelos começa a esticar (a elongação natural da corda L_1). Ele continua a descer outra distância L_2 antes de atingir o repouso. Suponha que sua massa seja m, o elástico siga a lei de Hooke e tenha massa desprezível. Qual é a aceleração do rapaz quando ele está momentaneamente em repouso no ponto mais baixo do salto? (Desconsidere a resistência do ar).

Como não existem forças externas ou internas não conservativas, a energia mecânica se conserva.

Vamos definir a energia potencial gravitacional do sistema como sendo nula no ponto mais baixo da trajetória.

Durante o período de queda livre, temos:

$$E_{mec_{Plataforma}} = E_{mec_{L_1}}$$
$$mg(L_1 + L_2) = mgL_2 + \frac{1}{2}mv_{L1}^2$$

$$v_{L1} = \sqrt{2gL_1}$$

Durante o período em que o elástico está atuando no sistema:

$$E_{mec_{L_1}} = E_{mec_{L_1+L_2}}$$

$$mgL_2 + \frac{1}{2}mv_{L1}^2 = \frac{1}{2}kL_2^2$$

Resolvendo para o valor de k, temos:

$$k = \frac{2mg(L_2 + L_1)}{L_2^2}$$

No ponto mais baixo da trajetória, a pessoa está sujeita a força peso e a força elástica apenas. Assim:

$$kL_2 - mg = ma_y$$

Dessa forma:

$$a_y = g\left(1 + 2\frac{L_1}{L_2}\right)$$

4) A função de onda $y(x,t) = 0{,}05\, sen(2{,}0x - 6{,}0t)$ é para uma onda harmônica em uma corda. Considere que y e x estão em metros e t em segundos.

a) Encontre o comprimento de onda, a frequência e o período dessa onda.

A função de onda dada é da forma $y(x,t) = A\, sen(kx - \omega t)$.

O comprimento de onda é dado por: $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2} = \pi \sim 3{,}14m$

O período da onda pode ser determinado da seguinte maneira: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6} \sim 1{,}05s$

Já a frequência é definida por $f = \frac{1}{T} = \frac{3}{\pi} \sim 0{,}95Hz$

b) Qual a velocidade dessa onda?

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\pi}{2\pi/6} = 3m/s$$

c) Qual é o deslocamento máximo de qualquer ponto na corda?

$$A = 0{,}05m$$

5) Quanto calor é necessário para converter 1,5 kg de gelo a -20°C e 1,0 atm em vapor? Dados: calor específico do gelo $c_{gelo} = 0{,}50\ cal/g$°C, calor específico da água $c_{H20} = 1{,}00\ cal/g$°C, calor latente de fusão do gelo $L_{gelo} = 80\ cal/g$ e calor latente de vaporização da água $L_{água} = 540\ cal/g$.

Para aumentar a temperatura do gelo até 0°C:

$$Q_1 = mc_{gelo}\Delta T = 1500 * 0{,}50 * (0 - 20) = 15000cal$$

Para fundir o gelo:

$$Q_2 = mL_{gelo} = 1500 * 80 = 120000cal$$

Para aumentar a temperatura da água até 100°C:

$$Q_3 = mc_{água}\Delta T = 1500 * 1 * (100 - 0) = 150000cal$$

Para evaporar a água:

$$Q_4 = mL_{H20} = 1500 * 540 = 810000cal$$

Assim, o calor total necessário é dado por $Q_{Total} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$.

$$Q_{Total} = 15000 + 120000 + 150000 + 810000 = 1095kcal$$

1. Na seqüencia de Fibonacci, os dois primeiros valores são 1; cada valor posterior é a soma dos dois valores que o precedem (1 1 2 3 5 8 13…). Escreva um programa que imprima na saída padrão a soma dos valores **pares** menores do que 10000 da seqüência de Fibonacci.

Gabarito: (Uma possível solução em C++):

```
#include <iostream>

int main(int, char *[])
{
   auto a = 1, b = 1;
   auto sum = 0;
   while (b < 10000) {
      if (b % 2 == 0) {
         sum += b;
      }
      auto temp = a;
      a = b;
      b += temp;
   }
   std::cout << "The sum is " << sum << std::endl;
   return 0;
}
```

2. Escreva um código que imprima na saída padrão a soma de todos os números primos menores do que 1000.

Gabarito: (Uma possível solução em C++)

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>
#include <numeric>
#include <algorithm>
#include <iterator>

std::vector<int> primes_less_than(int limit)
{
   int const dropped = -1;
   auto not_dropped = [] (int val) { return val != dropped; };

   std::vector<int> values(limit - 2);
   std::iota(begin(values), end(values), 2);

   auto last = static_cast<int>(round(sqrt(limit)));
   for (int prime = 2; prime < last; ) {
      for (int multiple = 2 * prime; multiple < limit; multiple += prime) {
         values[multiple - 2] = dropped;
      }
      auto next_pt = std::find_if(&values[prime - 1], &values[last - 2],
                                  not_dropped);
      prime = (next_pt - &values[0]) + 2;
   }

   std::vector<int> result;
   std::copy_if(begin(values), end(values), std::back_inserter(result),
            not_dropped);

   return result;
}
```

```
int main(int, char *[])
{
    auto primes = primes_less_than(100);
    auto result = std::accumulate(begin(primes), end(primes), 0);
    std::cout << "The sum is " << result << std::endl;

    return 0;
}
```

3 - Seja uma tabela de N pontos representando um mapeamento de x em y. Explique a diferença entre o problema de interpolar ou extrapolar valores neste conjunto de dados.

GABARITO: Em ambos os casos, procuramos uma forma de se estimar y para qualquer valor arbitrário de x, não necessariamente existente na tabela original. No caso deste valor de x estar compreendido entre o mínimo e máximo de x na tabela, caracteriza-se uma interpolação. Caso contrário, temos uma extrapolação.

4 – Questão excluída.

5 – A ordem pela qual um conjunto fixo de elementos é inserido em uma árvore AVL pode produzir árvores diferentes ou as árvores sempre serão idênticas ? Justifique a sua resposta com um exemplo.

GABARITO:
Resposta 1:

Profundidade: 1,2,5,7,6,3,8,4
Largura: 1,2,4,7,5,6,3,8

Resposta 2:
A oderm de inserção pode produzir árvores diferentes.
Uma possível resposta:
Seja o vetor a = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 e b = 5,1,2,6,7,10,4,8,3,9 quando seus elementos são inseridos em ordem da posição no vetor, suas árvores são distintas: