Exame de Ingresso

Física Aplicada - Física Computacional

Primeiro Semestre de 2018

GABARITO

QUESTÕES DA ÁREA DE FÍSICA

Questão 1:

Devido à rotação da Terra, há uma aceleração centrípeta em função da latitude, θ. Essa aceleração modifica a aceleração da gravidade local em diferentes latitudes, ou seja, há uma aceleração da gravidade efetiva sobre a massa dando a um corpo um novo peso aparente. Considere que o raio médio da Terra é de $6{,}4\times10^6 m$ e a aceleração da gravidade na Terra é $g = 9{,}83 m/s^2$.

a) Determine a equação da aceleração centrípeta na Terra em função de θ .
b) Considerando que a aceleração centrípeta apenas modifica o módulo de aceleração gravitacional (não muda a direção com relação ao centro da Terra), determine a aceleração da gravidade efetiva local na linha do equador $\theta = 0°$, na latitude $\theta = 45°$ e no polo $\theta = 90°$.

Gabarito

a) Dado que a Terra gira em torno de seu eixo, a aceleração centrípeta em sua superfície para qualquer latitude pode ser determinada da seguinte maneira:

$$a_{centrípeta} = \frac{v^2}{R_{latitude}} = \left(\frac{2\pi R_{latitude}}{t}\right)^2 \frac{1}{R_{latitutde}}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{t}\right)^2 R_{latitude} = \left(\frac{2\pi}{t}\right)^2 R_{Terra} * cos(\theta) = \left(\frac{2\pi}{24\times60\times60}\right)$$

Substituindo os valores e lembrando que a Terra completa uma volta em 1 dia:

$$a_{centrípeta} = \left(\frac{2\pi}{24 * 60 * 60}\right)^2 * 6{,}4\times10^6 * cos(\theta)$$

$$a_{centrípeta} = 0{,}0338 * cos(\theta)$$

b) A aceleração efetiva, considerando que a aceleração centrípeta não muda a direção da aceleração gravitacional com relação ao centro da Terra, é dada pela soma vetorial entre as componentes radiais das duas acelerações. Assim, em módulo, tem-se:
$a_{efetiva} = g - (0{,}0338 * \cos(\theta)) * \cos(\theta)$

Na linha do Equador, $\theta = 0° \implies a_{efetiva} = 9{,}83 - 0{,}0338 = 9{,}7962 m/s^2$

Na latitude de $\theta = 45° \implies a_{efetiva} = 9{,}83 - 0{,}0169 = 9{,}8131 m/s^2$

No polo, $\theta = 90° \implies a_{efetiva} = 9{,}83 m/s^2$

Questão 2:

Os praticantes de artes marciais sabem que um golpe de caratê pode quebrar um bloco de concreto. Imagine que sua mão tenha massa $m = 500g$ e que você consiga golpear o bloco a uma velocidade de $5m/s$. Nessa situação, sua mão para $6mm$ abaixo do ponto inicial de contato.

a) Que impulso o bloco exerce na sua mão?
b) Assumindo que o tempo de contato da mão com o bloco seja de $1{,}25ms$, qual a força média que o bloco exerce na sua mão?

Gabarito

a) O impulso, em módulo, que o bloco exerce sobre a mão é dado pela variação do momento linear. Assim:

$$I = \Delta p = m\Delta v$$

Assumindo o eixo positivo para cima, temos que a velocidade inicial da mão é $v_i = -5m/s$ enquanto a velocidade final é $v_f = 0$. Assim, o impulso exercido é:

$$I = 0{,}5\big(0 - (-5)\big) = 2{,}5\,Kg\,m/s\ = 2{,}5\,Ns$$

b) A força média exercida pelo bloco na mão é dada por $F = \frac{I}{\Delta t}$. Assim, $F\ = \frac{2{,}5}{1{,}25 * 10^{-3}} = 2kN$.

Questão 3:

Um pêndulo é composto por uma massa m presa a um fio, de massa desprezível, de comprimento L. A massa é deslocada lateralmente de maneira que o fio forma um ângulo θ_0 com a vertical e, então, é liberada a partir do repouso. Despreze a resistência do ar.

a) Determine a velocidade da massa no ponto mais baixo da trajetória.
b) A tensão no fio no ponto mais baixo da trajetória.
c) Deduza o período de oscilação do sistema se o ângulo θ_0 for pequeno.

Gabarito

a) Utilizando conservação de energia, temos:

$$mgh_i + \frac{1}{2}mv_i^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$

Adotando a referência da energia potencial na parte mais baixa da trajetória, temos que $h_f = 0$. Por consequência, h_i é a altura com relação à h_f, que pode ser determinado usando geometria:

$$h_i = L - Lcos(\theta_0)$$

Lembrando que o pêndulo é posto em movimento a partir do repouso ($v_i = 0$), tem-se:

$$mg(L - Lcos(\theta_0)) = \frac{1}{2}mv_f^2$$
$$v_f = \sqrt{2gL(1 - cos(\theta_0))}$$

b) No ponto mais baixo da trajetória, a aplicação da segunda Lei de Newton resulta em:

$$T - mg = ma_y$$

Nessa situação, a massa tem aceleração centrípeta dada por $a_c = v^2/L = 2gL(1 - cos(\theta_0))/L = 2g(1 - cos(\theta_0))$. Portanto:

$$T - mg = m2g(1 - cos(\theta_0))$$
$$T = mg(2 - 2cos(\theta_0) + 1)$$
$$T = mg(3 - 2cos(\theta_0))$$

c) Da segunda Lei de Newton podemos escrever que

$$-mgsen(\theta) = m\frac{d^2S}{dt^2}$$

Onde o comprimento de arco S está relacionado com o ângulo θ pela relação $S = L\theta$. Portanto, pode-se escrever que $\frac{d^2S}{dt^2} = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$ e, assim:

$$-mgsen(\theta) = mL\frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}sen(\theta)$$

Se θ for pequeno, então pode-se dizer que $sen(\theta) \approx \theta$ e assim:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta$$

Que pode ser reescrita da seguinte forma:

$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta$ em que $\omega^2 = \frac{g}{L}$ é a frequência de oscilação natural desse sistema.

Como o período de um sistema oscilatório é dado por $T = 2\pi/\omega$, tem-se que, no caso do pêndulo, $T = 2\pi\sqrt{L/g}$.

Questão 4:

Considere a seguinte função de onda de uma corda fixa pelas duas extremidades: $y(x,t) = 4{,}2sen(0{,}2x)cos(300t)$, em que y e x estão em centímetro e t é dado em segundos.

a) Qual é o comprimento de onda e a frequência dessa onda?
b) Qual a velocidade das ondas transversais na corda?
c) Considerando que a corda está vibrando no seu quarto harmônico, qual é o seu comprimento?

Gabarito

a) O comprimento de onda está relacionado à função $sen(0{,}2x)$. Um comprimento de onda ocorre quando o argumento da função seno é 2π, ou seja, $\lambda=2\pi/0{,}2=31{,}4$ cm. A frequência está relacionada à função $cos(300t)$. Um período inteiro ocorre quando o argumento da função cosseno é 2π, ou seja, $T=2\pi/300=0{,}0209$ s que equivale a uma frequência $f = 47{,}7\ Hz$.

b) A velocidade de uma onda é dada pela seguinte relação: $v = \lambda/T = \lambda f$.
Assim: $v = 31{,}4 * 10^{-2} * 47{,}7 = 15m/s$

c) O comprimento da corda é $L = nv/(2f)$. Como $n = 4$ (quarto harmônico), $f = 47{,}7\ Hz$, $v = 15m/s$, temos: $L = 4 * \frac{15}{2*47{,}7} = 62{,}9\ cm$.

Questão 5:

1) Um estudante pretende realizar um experimento de calorimetria caseiro e, para isso, monta seu próprio calorímetro com isopor e alumínio. O estudante coloca $85g$ de água no calorímetro. A temperatura de equilíbrio do sistema nessa condição é $17°C$. Ele, então, deixa uma moeda de massa $m = 20g$ cair no interior do calorímetro e não percebe que isso aconteceu. O estudante adiciona $85g$ de água à temperatura de $55°C$ e o equilíbrio térmico ocorre na temperatura de $34°C$. Considere o calor específico da água como $1\ cal/g°C$.

a) Sem perceber que a moeda estava dentro do calorímetro, qual o valor da capacidade térmica do calorímetro encontrada pelo estudante?

b) Sabendo que capacidade térmica real do calorímetro é $18\ cal/°C$, encontre a temperatura inicial da moeda. Considere o calor específico da moeda como $0,2\ cal/g°C$.

Gabarito

a) Em um sistema isolado, o calor cedido e o calor absorvido é igual. Desconsiderando a moeda no sistema, as trocas de calor no mesmo são descritas por:

$$m_{1_{água}} c_{água} \Delta T_1 + C_{calorímetro} \Delta T_{calorímetro} + m_{2_{água}} c_{água} \Delta T_2 = 0$$

Substituindo os valores e isolando a capacidade térmica do calorímetro:

$$C_{calorímetro} = \frac{-85 * 1 * (34 - 17) - -85 * 1 * (34 - 55)}{34 - 17} = 20\ cal/°C$$

b) Considerando a moeda e sabendo o valor da capacidade térmica do calorímetro, pode-se calcular a temperatura inicial da moeda da seguinte maneira (assumindo um sistema isolado):

$$m_{1_{água}} c_{água} \Delta T_1 + C_{calorímetro} \Delta T_{calorímetro} + m_{moeda} c_{moeda} \Delta T_{moeda} + m_{2_{água}} c_{água} \Delta T_2 = 0$$

Assim:

$$85 * 1 * (34 - 17) + 18 * (34 - 17) + 20 * 0,2 * (34 - T_{i_{moeda}}) + 85 * 1 * (34 - 55) = 0$$

$$1445 + 306 + 136 - 4\ T_{i_{moeda}} - 1785 = 0$$

$$T_{i_{moeda}} = 25,5°C$$

QUESTÕES DA ÁREA DE COMPUTAÇÃO

Questão 1:

Dizemos que a mod $m = b$ se b é o resto da divisão de a por m. (Estamos considerando apenas números inteiros não-negativos neste problema.) Escreva um código que, dado dois inteiros positivos m e n (eles podem ser constantes definidas no seu código) encontre e nostre na saída padrão todos os pares *(a, b)* tais que $0 < a, b < n$, $a \neq b$ e a mod $m = b$ mod m. A ordem em que os pares são mostrados não é importante, mas cada par deve ser mostrado apenas uma vez [isto é, se mostramos *(i, j)*, então não devemos mostrar *(j, i)*].

Gabarito: (Uma possível solução em C++):

```
#include <iostream>

int main(int argc, char const *argv[])
{
	auto m = 7;
	auto n = 30;

	for (int a = 0; a < n-1; ++a) {
		auto i = a % m;
		for (int b = a+1; b < n; ++b) {
			auto j = b % m;
			if (i == j) {
				std::cout << a << ", " << b << std::endl;
			}
		}
	}
	return 0;
}
```

Questão 2:

Escreva uma **função** que recebe como parâmetros um vetor (array) de números inteiros *v* e um número inteiro *k* e retorna um vetor onde cada elementos de *v* que seja divisível por *k* é substituído por *k* seguido do quociente da divisão do elemento por *k*; os outros elementos ficam inalterados e em suas posições relativas originais. Por exemplo, se a entrada for v=[1, 4, 5, -6, 7] e k=2, a saída será [1, 2, 2, 5, 2, -3, 7].

Gabarito: (Uma possível solução em C++)

```
std::vector<int> divided(std::vector<int> v, int k)
{
	std::vector<int> w;
	for (auto x: v) {
		if (x % k == 0) {
			w.push_back(k);
			w.push_back(x / k);
		}
		else {
			w.push_back(x);
		}
	}
	return  w;
}
```

Questão 3:

No seu computador existe um arquivo denominado `pmeasurements.dat` que contém informações sobre diversas peças em formato de paralelepípedo feitas de diversos materiais. Cada linha do arquivo tem as seguintes informações sobre uma das peças: identificador da peça (uma cadeia alfanumérica sem espaços), três números de ponto flutuante com os lados em metros do paralelepípedo nas três dimensões e o peso em kilogramas da peça. Os campos são separados entre si por um número arbitrário de espaços em branco. Você deve fazer um código que leias esses dados e mostre na saída padrão o identificador das peças com menor e maior densidade (em caso de empate entre duas ou mais peças não importa qual delas é mostrada). Seu programa não precisa lidar com situações de erro.

Gabarito: (Uma possível solução em C++)

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include <sstream>
#include <vector>
#include <algorithm>

struct Peca {
	std::string id;
	double x, y, z;
	double peso;
	Peca(std::string id, double x, double y, double z, double peso)
		: id(id), x(x), y(y), z(z), peso(peso)
	{}
	double densidade() const { return peso / (x * y * z); }
	friend bool operator<(Peca const &a, Peca const &b) {
		return a.densidade() < b.densidade();
	}
};

std::vector<Peca> le_dados(std::string nome_arq)
{
	std::ifstream arqdados(nome_arq);
	std::string s;
	std::vector<Peca> dados;
	while (std::getline(arqdados, s)) {
		auto first_space = s.find(' ');
		std::string id(s,  0, first_space);
		std::istringstream ss{s.substr(first_space)};
		double x, y, z, p;
		ss >> x >> y >> z >> p;
		dados.emplace_back(id, x, y, z, p);
	}
	return dados;
}

int main(int argc, char const *argv[])
{
```

```
    auto dados = le_dados("pmeasurements.dat");
    auto result = std::minmax_element(dados.begin(), dados.end());
    std::cout << "Menos denso: " << result.first->id << std::endl;
    std::cout << "Mais denso:  " << result.second->id << std::endl;
    return 0;
}
```

Questão 4:

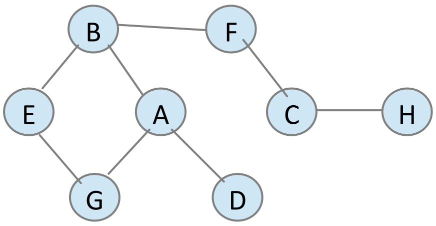
Explique o procedimento de reordenação de um vetor de N posições, conhecido como reversão de bits, que é necessário como parte de algoritmos de FFT (como no método de Cooley e Tukey). Existe alguma condição para o valor N? A explicação deve ser a nível de representação binária da posição dos elementos no vetor, e deve ser incluído um exemplo com a reversão de todos os elementos para N=8.

GABARITO:

N precisa ser uma potência inteira de 2, ou seja N = 2ˆk. Os elementos do vetor original, digamos X, são transportados para o novo vetor, digamos Y, através da reversão dos bits do índice de cada elemento em X. Por exemplo, se N = 8, o elemento de X representado em binário como [b2, b1, b0], será armazenado na posição [b0, b1, b2] do vetor Y. Desta forma, para N=8, k=3, temos as sequintes mudanças de posições 0 => 0; 1 => 4; 2 => 2; 3 => 6; 4 => 1; 5 => 5; 6 => 3; 7 => 7.

Questão 5:

Percorra o grafo abaixo seguindo o algoritmo de busca em profundidade e o algoritmo de busca em largura.



Gabarito:

Profundidade:ABEGFCHD
Largura: ABDGEFCH